



maakt ruimte voor onderwijs



MODULEHANDLEIDING VERBANDEN 3F

Inleiding	2
Doelgroep	2
Rubriekenoverzicht	3
De rubrieken toegelicht	4
Rubriek A: Grafieken en tabellen	4
Rubriek B: Formules	5
Rubriek C: Interpreteren	5
Rubriek D: Rijen	6
Rubriek E: Statistiek	7
Achtergrondinformatie	8



Inleiding

Numo is een online leermiddel waarmee leerlingen de basisvaardigheden van Nederlands, rekenen/wiskunde, Engels en Duits adaptief kunnen oefenen tot ze het beoogde niveau hebben bereikt.

Adaptief betekent dat het programma zich automatisch aanpast aan het oefengedrag van leerlingen. Is een leerling goed in een vaardigheid, dan gaat hij er met sprongen doorheen. Bij onderdelen waarmee hij moeite heeft, staat het programma langer stil. De leerling krijgt dan extra oefeningen en meer feedback.

Numo kan teruggrijpen op oefenstof van groep 6 van de basisschool. Een leerling die uitblinkt in een vaardigheid, kan doorgaan met oefenen tot 3F- of zelfs 4F-niveau. Dat is de grote kracht van adaptieve software!

Doordat leerlingen met Numo de basisvaardigheden eigen maken, heb jij als docent meer tijd voor andere, leuke dingen, zoals individuele begeleiding, thema-opdrachten, interactieve werkvormen, oefenen met schrijfvaardigheid, projecten rondom rekenen, debatteren en literatuur.





















Doelgroep

Verbanden 3F is bedoeld voor leerlingen in klas 3-5 van de havo, klas 3-6 van het vwo en in mbo 3&4. In het hbo kan het programma remediërend in worden gezet. Het programma is bijzonder geschikt voor groepen waarin niveaueverschillen bestaan. Het programma kan zowel gebruikt worden door leerlingen die nog veel rekenfouten maken als door leerlingen die al enigszins gevorderd zijn. De doelgroep is dus erg breed. In het bijzonder voor leerlingen die het 'gewone' oefenen niet interessant meer vinden, biedt dit computerprogramma nieuwe mogelijkheden. Het programma is geschikt voor zowel allochtone als niet-allochtone leerlingen.



Rubriekenoverzicht

 = rekenmachine mag gebruikt worden.

Rubriek	Oefening	Type/opgaven
Sprongtoetsen	1 Deel 1 (rubriek A) 2 Deel 2 (rubriek B)  3 Deel 3 (rubriek C) 4 Deel 4 (rubriek D)  5 Deel 5 (rubriek E) 	Meerkeuze/15 Meerkeuze/15 Meerkeuze/15 Meerkeuze/15 Meerkeuze/15
A Grafieken en tabellen	1 Begrippen 2 Snijpunten 3 Tabellen maken 4 Grafieken voorspellen 5 Grafieken interpreteren 6 Kies de juiste grafiek 7 Kenmerken van tweedegraads functies 8 Grafieken maken met formule 9 Combinatieoefening rubriek A	Meerkeuze/12 Open vraag/12 Meerkeuze/14 Open vraag/8 Meerkeuze/10 Open vraag/8 Meerkeuze/10 Meerkeuze/16 Meerkeuze/12
B Formules	1 Letters en getallen in een formule 2 Formules uitrekenen  3 Meer variabelen in een formule 4 Van tabel naar formule 5 Formules opstellen 1  6 Formules opstellen 2 7 Inklemmen  8 Vergelijkingen oplossen  9 Combinatieoefening rubriek B 	Meerkeuze/10 Meerkeuze/10 Open vraag/8 Open vraag/8 Open vraag/8 Meerkeuze/8 Meerkeuze/14 Meerkeuze/5 Meerkeuze/12
C Interpreteren	1 Misleidende informatie 2 Grafieken voorspellen 3 Terugrekenen met formules 4 Snijpunten zoeken 5 Wat gebeurt er met de grafiek? 6 Combinatieoefening rubriek C	Meerkeuze/8 Meerkeuze/8 Open vraag/8 Meerkeuze/8 Meerkeuze/12 Meerkeuze/12
D Rijen	1 Rijen  2 Rekenkundige rij  3 De som van een rekenkundige rij  4 Meetkundige rij  5 De som van een meetkundige rij  6 Convergerende meetkundige rij  7 Groei  8 Bijzondere rijen 9 Combinatieoefening rubriek D 	Open vraag/10 Meerkeuze/8 Open vraag/6 Meerkeuze/8 Open vraag/6 Open vraag/6 Meerkeuze/8 Meerkeuze/8 Meerkeuze/12
E Statistiek	1 Graaf 2 Wegendiagram 3 Grafische vormen  4 Kansen 5 Rekenen met boomdiagrammen  6 Centrummaten  7 Combinatieoefening rubriek E 	Meerkeuze/8 Open vraag/8 Open vraag/8 Meerkeuze/8 Meerkeuze/9 Meerkeuze/9 Meerkeuze/12



De rubrieken toegelicht

In Verbanden 3F wordt aandacht besteed aan de uitbreiding van de basisvaardigheden van het rekenen en opstellen van tabellen, formules en grafieken. Er zijn ook uitbreidingen van de sub-domeinen statistiek en rijen en reeksen. Een van de kenmerken van het 2F- en 3F-niveau is de tweevoudige berekening. Opgaven hoeven niet meer te bestaan uit een enkele berekening, maar mogen ook uit een samenstelling van twee berekeningen bestaan. Een ruime hoeveelheid oefeningen geven de leerling de mogelijkheid om eindeloos te oefenen totdat de stof beheerst wordt.

Ook op het 3F niveau worden geen formele begrippen gebruikt. In havo en vwo zullen veel docenten deze formele termen niet in de onderbouw gebruiken, maar het kan uiteraard best in een eigen uitleg gegeven worden.

Hieronder is aangegeven hoe elk van deze onderwerpen bij Verbanden 3F is ingevuld. Enkele onderwerpen zullen voor sommige leerlingen van de doelgroep misschien te eenvoudig zijn, maar u moet in aanmerking nemen dat bij de diagnostische aanpak die wij voorstaan alleen die oefeningen tevoorschijn komen als uit de diagnostische toets blijkt dat een leerling de stof niet beheerst. Het is aan te raden om de oefeningen en rubrieken lineair te doorlopen omdat er een grote samenhang is tussen de onderwerpen en een duidelijke opbouw in moeilijkheid is. Omdat de Numo oefenprogramma's methode-ongebonden zijn, kan dat uiteraard betekenen dat de opbouw van de stof anders is dan de opbouw van de door u gebruikte methode. Dat hoeft geen nadeel te zijn, omdat het hier om rekenvaardigheden gaat en uw methode een wiskundemethode is.

De niveaus zoals die door de Expertgroep doorlopende leerlijnen Taal en Rekenen zijn bepaald, bestaan telkens uit een Fundament niveau en een Streefniveau. De lesstof in Verbanden 3F omvat alle subdomeinen van het beschreven domein Verbanden 3F. De lesstof in deze module beperkt zich dan ook tot de, in het rapport, beschreven 3F Verbanden stof, met uitzondering van het sub-domein Rij en Reeksen. Misschien voor u een mooie kapstok om hier meer over te vertellen?

In de behandeling van de rubrieken (zie hieronder) wordt achtergrondinformatie en een indruk gegeven over de didactische achtergrond van Verbanden 3F. Het is voor docenten bijzonder belangrijk om te weten waar de leerlingen mee aan de slag gaan en daarom raden wij docenten dan ook aan om van alle oefeningen de uitleg te bekijken en enkele vragen te maken.

Rubriek A: Grafieken en tabellen

Rubriek A begint met een herhaling van enkele kenmerken van grafieken. De behandelde kenmerken zijn: minimum, maximum, stijgend, dalend, periodiek of constant. Daarna worden de snijpunten bepaald van twee grafieken, of van een grafiek met x- of y-as. Het gaat hierbij om het aflezen uit de grafiek en het correct invullen van de coördinaten.

In deze rubriek wordt stapje voor stapje toegewerkt naar het opstellen van formules aan de hand van een eenvoudig verhaaltje. Het gaat hierbij om 1^e graads functies. Eerst wordt een tabel opgebouwd. De leerling moet enkele tabellen geheel invullen.

Ook in de oefening 'Grafieken voorspellen' wordt geoefend met het extrapoleren als aanzet voor het opstellen van een formule bij de grafiek in een latere oefening.

Bij het interpreteren van grafieken is allereerst het correct aflezen van belang. Bij de vragen over snijdende dubbelgrafieken wordt van de leerling gevraagd om de tekst op de juiste wijze te interpreteren. De vraag "Vanaf welke leeftijd was Margriet groter dan Belle?" moet worden omgezet in hoger of lager op de y-as.

Omdat bij veel groeicurves gebruikt wordt gemaakt van logaritmische schalen, worden die ook in een oefening verwerkt.



Na het aflezen van diverse grafieken wordt het tijd dat de leerling de correctheid van grafieken controleert. In een plaatje worden een aantal grafieken getoond en een tabel met bereik en domein. De leerling moet de juiste grafiek uitkiezen. Het gaat hierbij alleen nog om eerstegraads grafieken.

De kenmerken van tweedegraads grafieken worden behandeld in een aparte oefening. Bij de tweedegraads functie wordt ook de relatie tussen de coëfficiënten en de vorm van de grafiek behandeld.

Overigens worden de begrippen formule en functie door elkaar gebruikt, maar beiden in de betekenis van formule. Het formele functiebegrip wordt niet behandeld, omdat dat bij de Wiskunde thuishoort.

Grafieken tekenen, maar ook het controleren door de docent vormt altijd weer een uitdaging. In Verbanden 2F begint de rubriek over grafieken dan ook met het laten tekenen van grafieken. In de uitleg wordt aangeraden eerst een tabel te maken met domein en bereik en van daaruit de grafiek te tekenen. Stapje voor stapje wordt die grafiek opgebouwd en dus ook gecontroleerd. In het plaatje hieronder kunt u zien hoe dat gaat. Aan het eind van het opbouwen van een grafiek worden de punten met elkaar verbonden tot een echte grafiek. Daar wordt een controlevraag aan toegevoegd met enkele mogelijke eigenschappen van die grafiek.

Rubriek B: Formules

In deze rubriek wordt het werken met formules verder uitgebreid. Een enkele oefening uit Verbanden 2F wordt herhaald als opstap naar nieuwe vaardigheden. Allereerst wordt de betekenis van de coëfficiënten en variabelen geoefend. Niet alleen de eerstegraads verbanden maar ook tweedegraads en exponentiële verbanden worden gebruikt.

Een aantal van deze vragen hebben een directe relatie met de lessen Economie en vragen om een stuk algemene kennis.

Er zijn aparte oefeningen voor het uitrekenen van formules, waarbij geen context aan de formule wordt gegeven. Dit zijn zowel de standaard lineaire als kwadratische verbanden, maar ook formules met twee variabelen in het domein.

Het opstellen van de formule vanuit een tabel of grafiek wordt in deze rubriek herhaald. Daarbij komt de pijlenketting niet meer expliciet aan bod. Langzamerhand wordt de leerling vrij gelaten om eigen gereedschap uit te kiezen.

Nieuw in deze rubriek is oplossen van vergelijkingen. Zowel het oplossen van tweedegraads vergelijkingen als ook van stelsels vergelijkingen en het vinden van het maximum of minimum. Hierbij wordt niet de wiskundige methode met bijvoorbeeld de discriminant, maar de rekenkundige methode gebruikt. Inklemmen is zo'n methode.

U kunt de leerling stimuleren door eerst de grafiek op ruitjespapier te tekenen, zodat er ook een beeld bij de formule ontstaat. Slechts enkele leerlingen kunnen vanuit de abstracte formules een beeld krijgen van de snijpunten. Overigens kan voor de ene leerling een schets al voldoende zijn, terwijl een andere leerling een nette en correcte grafiek nodig heeft.

Rubriek C: Interpretieren

Het kritisch kunnen lezen van diagrammen is een vereiste voor zowel het 2F als het 3F niveau. Met enige regelmaat wordt in allerlei media bewust of onbewust misleidende gegevens verstrekt, waaruit de verkeerde conclusies getrokken kunnen worden. In deze rubriek wordt een aanzet gegeven in het kritisch lezen van informatie. De misleiding kan zitten in de schaalverdelingen, perspectivische vervorming van 3D-diagrammen of de basis waaruit conclusies getrokken worden.



Bij het interpreteren hoort ook het herkennen van een correcte grafiek bij een formule. Of de grafiek van een tweedegraads formule een dal- of een bergparabool is moet de leerling kunnen dromen. Hetzelfde geldt voor de waarde bij $x=0$.

Het oplossen van eerstegraads vergelijkingen wordt in deze rubriek herhaald. Het gaat daarbij in eerste instantie om het bepalen van de domeinwaarde. Daarna wordt weer het verband gelegd met de snijpunten in een grafiek.

In deze rubriek wordt ook aandacht besteed aan de gevolgen van veranderingen in formules en grafieken. Wat betekent het voor de formule als de grafiek opgeschoven wordt, wat betekent het voor de grafiek als een coëfficiënt in de formule verandert? In het voorbeeld hieronder zijn al twee punten bekend. Nadat het goede antwoord gegeven is, wordt het punt ook in de grafiek gezet. Als alle drie de punten bekend zijn, wordt de verschoven grafiek getekend en een controlevraag gesteld.

Rubriek D: Rijen

Als opstap in deze rubriek worden de diverse rijen herhaald. Het gaat hierbij om het (kwalitatief) zoeken naar een verband tussen opeenvolgende termen. Daarna wordt de rekenkundige rij behandeld. Inclusief de nomenclatuur.

Het beheersen van de formules voor een rekenkundige rij hoort niet perse tot het vak rekenen. Het bevindt zich in een grijs gebied, waarbij wij er voor gekozen hebben om deze formules volledig mee te nemen. Hetzelfde geldt voor de (partiële) sommen. Bij het behandelen van rijen is het niet meer dan logisch om ook die mee te nemen, zeker op het 3F niveau. Bij het bepalen van de som van een aantal termen wordt voor een aantal vragen de eerste term en het verschil gegeven. Voor een aantal vragen wordt de formule voor de rij gegeven.

Op dezelfde wijze wordt de meetkundige rij behandeld. Eerst het omvormen van de termen in de eerste term en de rede, daarna de formule maken. Ook bij de meetkundige rij wordt de partieel som geoefend. De leerling kan het best de somformule opschrijven. Er zijn twee oefeningen over de som van een meetkundige rij. De rijen met een rede groter dan 1 en de rijen met een rede kleiner dan 1.

In een aparte oefening wordt dus de convergerende rij behandeld. Mocht u de limieten nog niet in de wiskundeles behandeld hebben, dan is dit misschien een goede opstap daarvoor.

Een bijzondere toepassing van rijen is de exponentiële continue rij. Om die toch binnen het 3F niveau te houden met discrete waarden, wordt alleen in gehele maanden, of jaren gerekend. Daarmee hoeven de oneigenlijke machten ook nog niet behandeld te worden.

Ook het oplossen van een vergelijking met een exponentiële functie wordt behandeld via de methode van het inklemmen. De leerling wordt aangeraden om de waarden uit te rekenen uitgaande van een domeinwaarde 1.

Deze rubriek wordt afgesloten met nog enkele bijzondere rijen. Allereerst de hogere orde rekenkundige rijen. Hoewel dit niet strikt tot het 3F niveau hoort, is het wel een logische toevoeging. Bovendien appelleert het de leerling aan het uitproberen van diverse strategieën, wat zo kenmerkend voor het rekenen en de wiskunde is. Deze oefening is wat dat betreft nog zeer onschuldig, omdat er gericht gevraagd wordt naar de orde van de rij. Dan kan de leerling al weten dat het een hogere orde rij is.

Een andere bijzondere rij is de rij van Fibonacci. Hier wordt vooral naar de termen van de rij gevraagd. In de uitleg wordt uitgelegd dat $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$.

In de uitleg wordt ook verwezen naar de spiraal van Fibonacci, waarin zo mooi de opeenvolging in vierkanten te zien is. Andere toepassingen van de rij van Fibonacci worden ook beschreven maar verder niet geoefend. Het kan of een mooie inleiding vormen of gelegenheid tot vragen stellen over dit soort rijen en hun betekenis in de wiskunde. Een fraaie brug tussen rekenen en wiskunde.



Rubriek E: Statistiek

In deze rubriek worden enkele grafische representaties behandeld en herhaald. De graaf als onderdeel van kortste routeproblemen wordt als eerste behandeld. Er wordt niet aan de leerling gevraagd om het aantal mogelijke verbindingen tussen de knooppunten uit te rekenen. Dat valt buiten de Rekenniveaus. Wiskundedocenten die in havo of vwo met het hoofdstuk Statistiek en grafen aan de slag gaan, kunnen a.d.h.v. de eenvoudige grafen uit oefening E1 wel een formule afleiden en controleren. In deze hele rubriek blijven de voorbeelden eenvoudig; dit omdat er ook geen formele verwerking plaatsvindt naar formules. Het opstellen van de formules vraagt een behoorlijk abstractieniveau en dat is niet vereist op niveau 3F rekenen. Daarom is ook niet de faculteit als bewerking geïntroduceerd, maar het kan geen kwaad om dat bij havo en vwo leerlingen wel in te brengen.

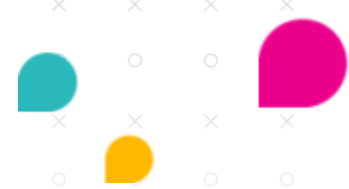
Het weg- of wegendiagram wordt gebruikt om het bekende knickers-uit-een-bakje-trekken-probleem op te lossen en inzichtelijk te maken. Ook hier zijn de vragen te beantwoorden door tellen. Er worden geen formele berekeningen gemaakt.

Vervolgens worden de overige grafische vormen behandeld en ook geoefend in het gebruik. Het gaat hierbij om het boomdiagram voor het uitwerken van permutaties en combinaties, het steelbladdiagram en de frequentietabel. In de diverse oefeningen wordt het waarom van het boomdiagram duidelijk. Het gaat telkens over het oplossen van dezelfde soort problemen. De reden voor het gebruik van een steelbladdiagram en de frequentietabel wordt niet behandeld. Docenten kunnen dit naar eigen inzicht toevoegen, maar het is geen verplichte kennis voor het 3F-niveau.

Ook wordt een voorzichtig stapje gemaakt naar het berekenen van combinaties. Ook hier wordt dit alleen gedaan met hulp van een boomdiagram. De antwoordvorm is meerkeuze om het de leerling niet te moeilijk te maken. In de deze oefening wordt impliciet van de leerling gevraagd om het patroon voor de berekening te herkennen. Als leerlingen op deze wijze vertrouwd raken met het boomdiagram kunnen zij daarna gemakkelijker in de Wiskundeles tot de formules voor Permutaties en Combinaties komen.

Nadat de leerlingen het aantal mogelijkheden kunnen uitwerken is het maar een kleine stap naar de kans. Die wordt behandeld in diverse vormen. Als een breuk, een percentage en als 'op' (bijvoorbeeld 1 op 4).

Deze rubriek wordt afgesloten met een oefening over de centrummaten gemiddelde, mediaan en modus. Door diverse verdelingen te gebruiken raakt de leerling vertrouwd met de verschillen tussen deze centrummaten, vooral in asymmetrische verdelingen. Er worden ook enkele kwalitatieve vragen gesteld over het gebruik van de verschillende centrummaten.



Achtergrondinformatie

De Numoprogramma's Rekenen en Wiskunde 3 Getallen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde en Verbanden bevatten samen alle specifieke lesstof voor niveau 3F zoals gedefinieerd door de Expertgroep doorlopende leerlijnen Taal en Rekenen in haar document 'Over de drempels met Taal en Rekenen' (zie: www.taalenrekenen.nl). Deze Expertgroep wordt ook wel aangeduid als de commissie Meijerink, en heeft in januari 2008 een aanbeveling aan de minister van Onderwijs gedaan over een doorlopende leerlijn taal en rekenen.

Het programma Rekenen en Wiskunde 3F Verbanden bestrijkt de uitbreiding van de basisvaardigheden van het rekenen, regels en vaardigheden die in het vmbo en de onderbouw van havo/vwo worden aangeleerd, geoefend en toegepast.

Verbanden 3F kan gebruikt worden naast elke lesmethode. Leerlingen hoeven geen specifieke voorkennis te hebben om met het programma te kunnen werken. Verbanden 3F is zeer geschikt om ontbrekende kennis bij leerlingen aan te leren of weggezakte kennis op te halen en aan te vullen. Leerstof uit vorige niveaus die te ver is weggezakt kan het beste nogmaals met de module van dat vorige niveau geoefend worden.