



maakt ruimte voor onderwijs



# MODULEHANDLEIDING VERBANDEN 2F

|                                   |          |
|-----------------------------------|----------|
| <b>Inleiding</b>                  | <b>2</b> |
| <b>Doelgroep</b>                  | <b>2</b> |
| <b>Rubriekenoverzicht</b>         | <b>3</b> |
| <b>De rubrieken toegelicht</b>    | <b>4</b> |
| De nieuwe Rekenhulp               | 4        |
| Rubriek A: Basisbegrippen         | 4        |
| Rubriek B: Van tabel naar formule | 5        |
| Rubriek C: Formules en grafieken  | 5        |
| Rubriek D: Interpretieren         | 6        |
| Rubriek E: Statistiek             | 6        |
| <b>Achtergrondinformatie</b>      | <b>8</b> |



## Inleiding

Numo is een online leermiddel waarmee leerlingen de basisvaardigheden van Nederlands, rekenen/wiskunde, Engels en Duits adaptief kunnen oefenen tot ze het beoogde niveau hebben bereikt.

Adaptief betekent dat het programma zich automatisch aanpast aan het oefengedrag van leerlingen. Is een leerling goed in een vaardigheid, dan gaat hij er met sprongen doorheen. Bij onderdelen waarmee hij moeite heeft, staat het programma langer stil. De leerling krijgt dan extra oefeningen en meer feedback.

Numo kan teruggrijpen op oefenstof van groep 6 van de basisschool. Een leerling die uitblinkt in een vaardigheid, kan doorgaan met oefenen tot 3F- of zelfs 4F-niveau. Dat is de grote kracht van adaptieve software!

Doordat leerlingen met Numo de basisvaardigheden eigen maken, heb jij als docent meer tijd voor andere, leuke dingen, zoals individuele begeleiding, thema-opdrachten, interactieve werkvormen, oefenen met schrijfvaardigheid, projecten rondom rekenen, debatteren en literatuur.















## Doelgroep

Verbanden 2F is bedoeld voor leerlingen in klas 1-4 van het vmbo en in klas 1-3 van havo/vwo. Ook kan het ingezet worden om in de bovenbouw havo/vwo het automatiseren en memoriseren weer op te halen en paraat te krijgen. In mbo 3&4 kan het programma gebruikt worden om de basisvaardigheden weer op te halen en voor remediërende doeleinden. Het programma is bijzonder geschikt voor groepen waarin niveaueverschillen bestaan. Het programma kan zowel gebruikt worden door leerlingen die nog veel rekenfouten maken als door leerlingen die al enigszins gevorderd zijn. De doelgroep is dus erg breed. In het bijzonder voor leerlingen die het 'gewone' oefenen niet interessant meer vinden, biedt dit computerprogramma nieuwe mogelijkheden. Het programma is geschikt voor zowel allochtone als niet-allochtone leerlingen.



# Rubriekenoverzicht

 = rekenmachine mag gebruikt worden.

| Rubriek                 | Oefening  | Type/opgaven  |
|-------------------------|---|---|
| Sprongtoetsen           | 1 Deel 1 (rubrieken A-B) <br>2 Deel 2 (rubrieken C-D)<br>3 Deel 3 (rubriek E)   | Meerkeuze/15<br>Meerkeuze/15<br>Meerkeuze/15  |
| A Basisbegrippen        | 1 Tabellen, grafieken en diagrammen<br>2 Stijgen en dalen<br>3 Snijpunten<br>4 Rijen <br>5 Combinatioefening rubriek A    | Meerkeuze/15<br>Meerkeuze/12<br>Open vraag/12<br>Open vraag/12<br>Meerkeuze/12  |
| B Tabellen en formules  | 1 Tabellen maken<br>2 Pijlenkettingen<br>3 Omgekeerde pijlenkettingen <br>4 Van pijlenketting naar formule <br>5 Formules invullen <br>6 Van tabel naar formule<br>7 Formules invullen 2 <br>8 Formules invullen 3 <br>9 Combinatioefening rubriek B  | Meerkeuze/14<br>Open vraag/10<br>Open vraag/8<br>Open vraag/8<br>Open vraag/8<br>Open vraag/8<br>Meerkeuze/8<br>Meerkeuze/8<br>Meerkeuze/12 |
| C Formules en grafieken | 1 Grafieken maken met formule<br>2 Grafieken voorspellen<br>3 Formules opstellen 1 <br>4 Formules opstellen 2<br>5 Combinatioefening rubriek C   | Meerkeuze/16<br>Meerkeuze/8<br>Open vraag/8<br>Meerkeuze/12<br>Meerkeuze/12   |
| D Interpretieren        | 1 Misleidende informatie<br>2 Terugrekenen met formules<br>3 Snijpunten zoeken<br>4 Som- en verschilgrafiek<br>5 Wat gebeurt er met de grafiek?<br>6 Grafieken voorspellen<br>7 Combinatioefening rubriek D   | Meerkeuze/8<br>Open vraag/8<br>Meerkeuze/8<br>Meerkeuze/12<br>Meerkeuze/12<br>Open vraag/8<br>Meerkeuze/12                                  |
| E Statistiek            | 1 Graaf<br>2 Wegendiagram<br>3 Grafische vormen <br>4 Kansen<br>5 Rekenen met boomdiagrammen <br>6 Combinatioefening rubriek E   | Meerkeuze/8<br>Open vraag/8<br>Open vraag/8<br>Meerkeuze/8<br>Meerkeuze/9<br>Meerkeuze/12   |



## De rubrieken toegelicht

In Verbanden 2F wordt aandacht besteed aan de uitbreiding van de basisvaardigheden rekenen met grafieken en tabellen. In niveau 2 worden het opstellen van formules, uitrekenen van formules, maken van combinatiegrafieken aan de basisvaardigheden toegevoegd. Ook de introductie tot de statistiek hoort bij dit niveau. De diverse presentatievormen en het berekenen van mogelijkheden en kansen in eenvoudige situaties worden in deze module aan de basisvaardigheden toegevoegd. Ook het (kritisch) interpreteren van informatie is expliciet benoemd voor dit niveau.

Hieronder is aangegeven hoe elk van de onderwerpen bij Verbanden 2F is ingevuld. Enkele onderwerpen kunnen voor sommige leerlingen van de doelgroep misschien wat eenvoudig zijn, maar u moet in aanmerking nemen dat bij de diagnostische aanpak in de didactische modus alleen die oefeningen tevoorschijn komen als uit de diagnostische toets blijkt dat een leerling de stof niet beheerst. Het is aan te raden om de oefeningen en rubrieken lineair te doorlopen omdat er een grote samenhang is tussen de onderwerpen en er een duidelijke opbouw in moeilijkheid is.

De niveaus zoals die door de Expertgroep doorlopende leerlijnen Taal en Rekenen zijn bepaald bestaan telkens uit een Fundament niveau en een Streefniveau. De lesstof in Verbanden 2F omvat alle subdomeinen van het beschreven domein Verbanden 2F. Er zijn geen opgaven die feitelijk bij niveau 2S horen. Met deze module wordt dan ook alleen het domein Verbanden uit het Rekenexamen 2F behandeld.

In de behandeling van de rubrieken hierna wordt achtergrondinformatie en een indruk gegeven over de didactische achtergrond van Verbanden 2F. Het is voor docenten bijzonder belangrijk om te weten waar de leerlingen mee aan de slag gaan en daarom raden wij docenten dan ook aan om van alle oefeningen de uitleg te bekijken en enkele vragen te maken.

### De nieuwe Rekenhulp

Bij die oefeningen en/of vragen waar een rekenmachine gebruikt mag worden zal een Rekenhulp ook daadwerkelijk tevoorschijn komen. Afhankelijk van de vraag komt een eenvoudige versie of de uitgebreide versie tevoorschijn. Met deze rekenhulpen kunnen de leerlingen alle vragen in deze module beantwoorden. De Rekenhulp zal niet alleen op de juiste wijze het resultaat berekenen, maar ook een didactische aanwijzing geven als de leerling in staat zou moeten zijn om termen van de opgave al uit het hoofd uit te rekenen. In de eenvoudige versie ontbreken de onderste drie rijen met knopjes.

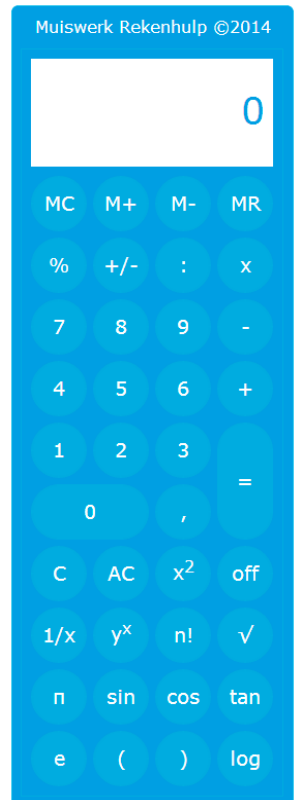
Mocht de leerling de Rekenhulp uitschakelen, dan is die eenvoudig weer op te roepen door op het Rekenhulp icoontje links van het scherm te klikken.

### Rubriek A: Basisbegrippen

Rubriek A begint met een herhaling van het herkennen van de verschillende grafische vormen. Daarna komen enige kenmerken van grafieken aan bod. De behandelde kenmerken zijn: minimum, maximum, stijgend, dalend, periodiek of constant.

Daarbij is het niet altijd direct zichtbaar of er sprake is van bijvoorbeeld een minimum. Soms blijkt dat uit de context.

In deze rubriek worden ook snijpunten bepaald. Het gaat hier in eerste instantie om het aflezen uit de grafiek en het invullen van de juiste coördinaten. De behandelde snijpunten zijn die van de grafiek met de X-as, de Y-as of met snijpunten tussen twee grafieken.





Deze rubriek over basisbegrippen wordt afgesloten met een oefening over rijen. Voor een deel is het een herhaling van Verbanden 1F met het aanvullen van (eenvoudige) rekenkundige of meetkundige rijen. De oefening is aangevuld met kwadratische rijen. Het gaat hier telkens om het vinden van de ontbrekende term in de rij.

### **Rubriek B: Van tabel naar formule**

In deze rubriek wordt stapje voor stapje toegewerkt naar het opstellen van formules aan de hand van een eenvoudig verhaaltje. Het gaat hierbij om 1<sup>e</sup> graads functies. Eerst wordt een tabel opgebouwd. De leerling moet enkele tabellen geheel invullen. Hij/zij krijgt als laatste vraag om bij elke tabel een waarde te geven voor een waarde, uit het domein, dat buiten de tabel ligt.

Het is voor leerlingen een grote stap om vanuit een tabel direct een formule af te leiden. Er zijn trucjes/stappen te leren om direct van tabel naar formule te komen maar dat draagt niet bij aan het begrip van de leerling. Daarom wordt ook de pijlenketting behandeld. Daarmee wordt geprobeerd om enig inzicht bij de leerling te kweken. Uiteindelijk worden ook de snelle stappen behandeld. Het opbouwen van een pijlenketting gebeurt stapje voor stapje. Eerst de groeifactor (groeigetel), daarna de startwaarde. Vervolgens worden er enkele uitkomsten berekend.

Vaak moet juist vanuit een uitkomst, het beeld, de domeinwaarde bepaald worden. Daarom wordt a.d.h.v. de pijlenketting ook de omgekeerde weg geoefend. Door het opschrijven van het algoritme (de pijlenketting) is het veel simpeler om de domeinwaarde te vinden, dan vanuit de formule. Als de leerling eenmaal begrijpt wat er gedaan moet worden zal hij/zij vaak ook rechtstreeks vanuit de formule deze afleiding kunnen maken.

Het uiteindelijk doel is om de formule op te stellen en daarmee te gaan rekenen. Vanuit de pijlenketting is het vrij eenvoudig om de formule op te stellen, de reciproke bewerking moet uitgewerkt worden. Vervolgens komt in dezelfde oefening het gebruik van de formule aan bod. De leerling moet ook de uitkomsten voor verschillende domeinwaarden uitrekenen. Zoals in onderstaand plaatje te zien is, moet de leerling ook daadwerkelijk de formule opschrijven (invoeren). Dat mag in elke gangbare vorm.

Ook het opstellen van de formule vanuit een tabel wordt behandeld. De ene leerling zal het werken met de pijlenketting handig vinden, een ander het werken met de tabel. Beiden worden geoefend.

Er zijn aparte oefeningen voor het uitrekenen van formules, waarbij geen context aan de formule wordt gegeven. Daarbij komt ook de 2<sup>e</sup> graads formule aan bod. Die wordt dus niet expliciet afgeleid, maar wel gebruikt in de toepassing.

### **Rubriek C: Formules en grafieken**

Grafieken tekenen, maar ook het controleren door de docent vormt altijd weer een uitdaging. In Verbanden 2F begint de rubriek over grafieken dan ook met het laten tekenen van grafieken. In de uitleg wordt aangeraden eerst een tabel te maken met domein en bereik en van daaruit de grafiek te tekenen. Stapje voor stapje wordt die grafiek opgebouwd en dus ook gecontroleerd. In het plaatje hieronder kunt u zien hoe dat gaat. Aan het eind van het opbouwen van een grafiek worden de punten met elkaar verbonden tot een echte grafiek. Daar wordt een controlevraag aan toegevoegd met enkele mogelijke eigenschappen van die grafiek.

De volgende logische stap is het voorspellen van de grafiek bij gegeven formule. De leerlingen leren de betekenis van de coëfficiënten in een formule zoals groeigetel en startgetel en wat die in een grafiek betekenen.

In oefening C3 moeten de leerlingen a.d.h.v. een verhaaltje de formule opstellen. Eerst het groeigetel, dan het startgetel en vervolgens de formule. Als zij die goed hebben, dan komen nog de vragen over uitkomsten, dus uitrekenen wat er uit de formule komt.



In een volgende oefening wordt de formule afgeleid uit de grafiek. Eerst weer het groeigetel en daarna het startgetel. Door telkens dezelfde volgorde aan te houden treedt er een gewoonte op en worden ook de coëfficiënten juist geplaatst. Na het afleiden komt er altijd ook een vraag om een waarde uit te rekenen.

#### **Rubriek D: Interpreteren**

Het kritisch kunnen lezen van diagrammen is een vereiste voor het 2F niveau. Met enige regelmaat wordt bewust of onbewust misleidende gegevens verstrekt, waaruit de verkeerde conclusies getrokken worden. In deze rubriek wordt een aanzet gegeven in het kritisch lezen van informatie. De misleiding kan zitten in de schaalverdelingen, perspectivische vervorming van 3D-diagrammen of de basis waaruit conclusies getrokken wordt.

Er wordt ook een eerste aanzet gegeven in het oplossen van vergelijkingen. Dat begint met het terugrekenen van de waarde voor de variabele als de uitkomst bekend is. De twee gouden regels, de commutatieve eigenschap van het '=' teken en het toepassen van identieke bewerkingen aan beide zijden van het '=' teken vormen hier de basis voor.

Bij het oplossen hoort het berekenen van de snijpunten van twee grafieken met behulp van hun formules. Daarbij wordt voor het uitrekenen van de y-coördinaat in zowel de uitleg als de feedback bij een foutief antwoord gewezen op de controle berekening in beide formules.

In deze rubriek wordt ook aandacht besteed aan de gevolgen van veranderingen aan formules en grafieken. Wat betekent het voor de formule als de grafiek opgeschoven wordt, wat betekent het voor de grafiek als een coëfficiënt in de formule verandert? Daarbij komen ook de som- en verschilgrafieken aan bod.

Deze rubriek en daarmee het hoofdstuk formules en grafieken wordt afgesloten met het extrapoleren van grafieken.

#### **Rubriek E: Statistiek**

Hier worden enkele nieuwe grafische representaties behandeld. De graaf, als onderdeel van het kortste route probleem, wordt als eerste behandeld. Er wordt niet aan de leerling gevraagd om het aantal mogelijke verbindingen tussen de knooppunten uit te rekenen. Dat valt buiten het 2F-niveau. Wiskunde docenten die in havo of vwo met het hoofdstuk Statistiek en grafen aan de slag gaan kunnen a.d.h.v. de eenvoudige grafen uit oefening D1 natuurlijk wel een formule afleiden en controleren. In deze hele rubriek blijven de voorbeelden eenvoudig. Omdat er ook geen formele verwerking plaatsvindt naar formules moet het ook eenvoudig blijven. Het opstellen van de formules vraagt een behoorlijk abstractie niveau en dat is niet vereist op niveau 2F. Daarom is ook niet de faculteit als bewerking geïntroduceerd, maar het kan geen kwaad om dat bij havo en vwo leerlingen wel in te brengen.

Het weg- of wegendiagram wordt gebruikt om het bekende knickersuiteenbakjetrekkenprobleem op te lossen en inzichtelijk te maken. Ook hier zijn de vragen te beantwoorden door tellen. En worden er geen formele berekeningen gemaakt.

Vervolgens worden de overige grafische vormen behandeld en ook geoefend in het gebruik. Het gaat hierbij om het boomdiagram voor het uitwerken van permutaties en combinaties, het steelbladdiagram en de frequentietabel. In de diverse oefeningen wordt het waarom van het boomdiagram duidelijk. Het gaat telkens over het oplossen van hetzelfde soort problemen. Het waarom gebruik je een steelbladdiagram en de frequentietabel wordt niet behandeld. Docenten kunnen dit naar eigen inzicht toevoegen, maar het is geen verplichte kennis voor het 2F-niveau.

Nadat de leerlingen het aantal mogelijkheden kunnen uitwerken is het maar een kleine stap naar de kans. Die wordt behandeld in diverse vormen. Als een breuk, een percentage en als 'op' (bijvoorbeeld 1 op 4).



Tenslotte wordt nog een voorzichtig stapje gemaakt naar het berekenen van combinaties. Ook hier wordt dit alleen gedaan met hulp van een boomdiagram. Ook de manier van uitrekenen wordt via meerkeuze gevraagd.



## Achtergrondinformatie

De Numoprogramma's Getallen 2F, Verhoudingen 2F, Meten en Meetkunde 2F en Verbanden 2F bevatten samen alle lesstof voor niveau 2F zoals gedefinieerd door de Expertgroep doorlopende leerlijnen Taal en Rekenen in haar document 'Over de drempels met Taal en Rekenen' (zie: [www.taalenrekenen.nl](http://www.taalenrekenen.nl)). Deze Expertgroep wordt ook wel aangeduid als de commissie-Meijerink, en heeft in januari 2008 een aanbeveling aan de minister van Onderwijs gedaan over een doorlopende leerlijn taal en rekenen.

Het programma Rekenen en Wiskunde 2F Verbanden bestrijkt de uitbreiding van de basisvaardigheden van het rekenen, regels en vaardigheden die in het vmbo en de onderbouw van havo/vwo worden aangeleerd, geoefend en toegepast.

Verbanden 2F kan gebruikt worden naast elke lesmethode. Leerlingen hoeven geen specifieke voorkennis te hebben om met het programma te kunnen werken. Enige ervaring in het werken met de muis (aanwijzen, klikken, afrollen, slepen) is wel gewenst. Verbanden 2F is zeer geschikt om ontbrekende kennis bij leerlingen aan te leren of weggezakte kennis op te halen en aan te vullen en om de rekenvaardigheden te oefenen en te onderhouden.